

Obliczanie wałów maszynowych

mgr inż. Paweł Maćkowiak

bud. 2.3, pok. 403

tel. (52) 340-82-12

zpkm.prv.pl

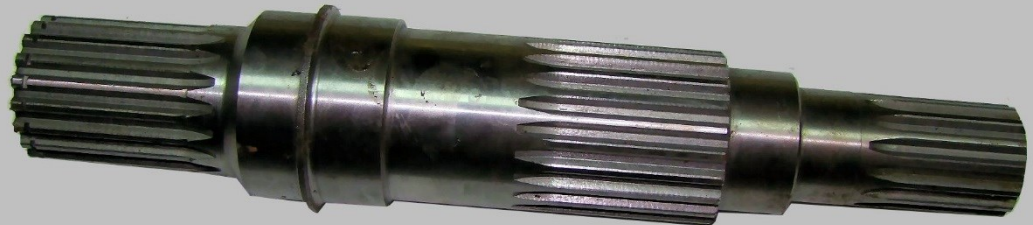
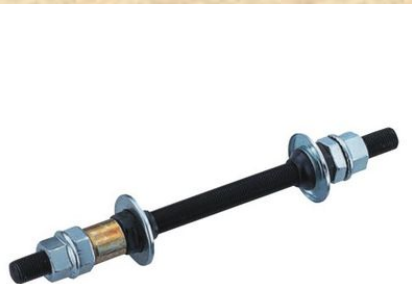
Obliczanie wałów maszynowych

Definicje:

Wałem lub osią nazywa się element maszyny ujęty w łożyskach i służący do podtrzymywania innych elementów maszyny, wykonujących ruchy obrotowe lub wahlwe.

Osie nie przenoszą momentu obrotowego, obciążone są momentem gnącym i siłami tnącymi. Krótkie osie nazywane są sworzniami.

Wały służą do przenoszenia momentu obrotowego. Dodatkowo obciążane mogą być momentem gnącym i siłą wzdłużną.



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Obliczanie wałów maszynowych

Podział osi i wałów:

gładkie, kształtowe,
pełne, drażone,
okrągłe, profilowe,
całkowite, składane,
sztywne, podatne,
korbowe lub wykorbione,
dwupodporowe, wielopodporowe.

Czop wału – powierzchnia osi lub wału na których występuje styk z innymi elementami, między innymi łożyskami, piastami, uszczelnieniami.

Czopy dzielimy na:

ruchome – jeśli elementy na nich osadzone mogą wykonywać względem wału lub osi ruch np. czopy łożyskowe,
spoczynkowe – jeśli ruch ten jest niemożliwy.

Obliczanie wałów maszynowych

Przebieg konstruowania osi i wałów:

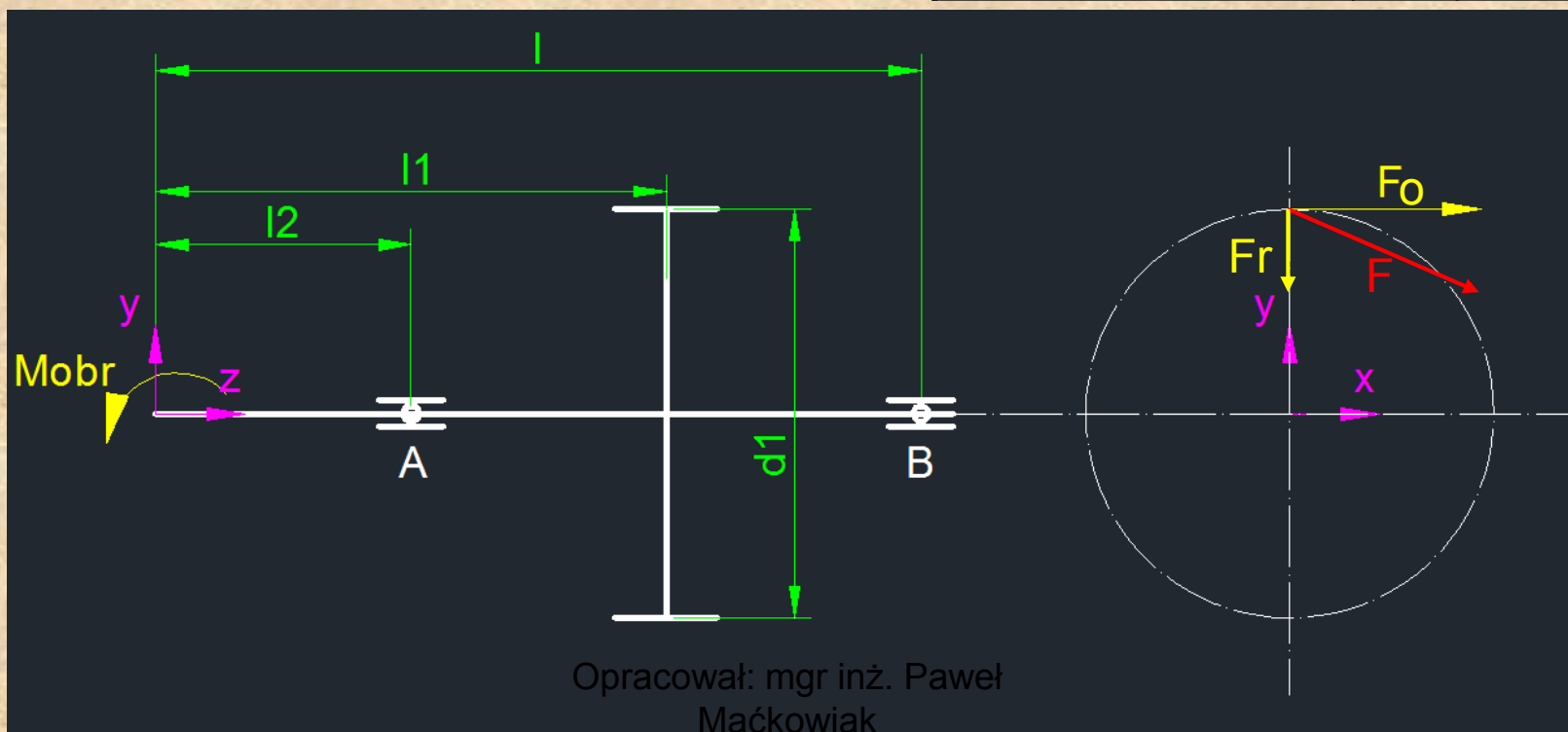
- **sformułowanie założeń konstrukcyjnych**, określenie danych ilościowych: mocy, obrotów, obciążenia, trwałości, wielkości produkcji, określenie danych sytuacyjnych: oddziaływania otoczenia, warunków trybologicznych,
- **wstępny dobór cech konstrukcyjnych** (materiału, jego stanu, wstępnych wymiarów na podstawie uproszczonych obliczeń)
- **obliczenia sprawdzające**: sztywności, dynamiczne, trwałości zmęczeniowej,
- **ostateczny dobór cech konstrukcyjnych** – w przypadku znacznych zmian występuje konieczność powrotu do etapu obliczeń sprawdzających.

Obliczanie wałów maszynowych

Zadanie 1

Skonstruować wał przekładni zębatej (rys.1). Na wale zamontowane jest koło zębate d_1 (o zębach prostych). Moment obrotowy generowany przez silnik przenoszony jest na wał przez sprzęgło.

Moment obrotowy	M_{obr}	187,9 Nm
Długość wału	l	300 mm
Odległość l_1	l_1	200 mm
Odległość l_2	l_2	100 mm
Średnica d_1	d_1	200 mm
Naprężenia dop.	k_{go}	250 MPa
Naprężenia dop.	k_{sj}	300 MPa



0. Obliczenie wartości sił obciążających wał.

a. wyznaczenie wartości siły F_o

$$F_o = \frac{M_{obr}}{\frac{d_1}{2}} = \frac{187,9 \text{ Nm}}{\frac{0,2 \text{ m}}{2}} = 1879 \text{ N}$$

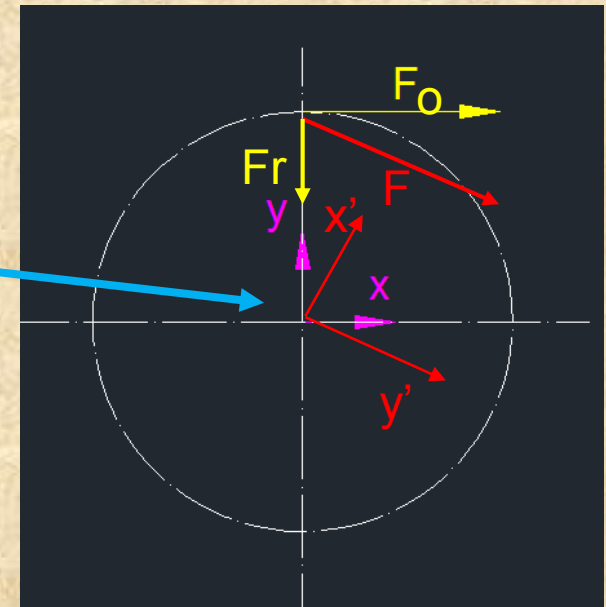
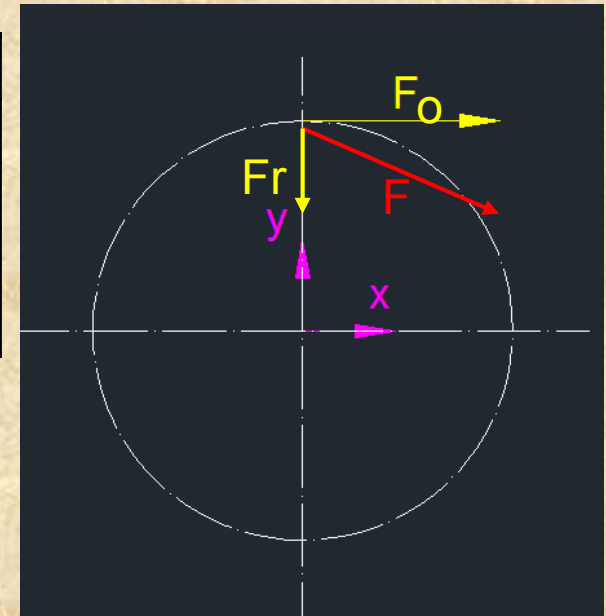
M_{obr}	187,9 Nm
l	300 mm
l_1	200 mm
l_2	100 mm
d_1	200 mm

b. wyznaczenie wartości siły F_r

$$F_r = F_o \cdot \text{tg}(\alpha_w) = 1879 \text{ N} \cdot \text{tg}20^\circ = 684 \text{ N}$$

$$F = \frac{F_o}{\cos(\alpha_w)} = \frac{1879 \text{ N}}{\cos 20^\circ} = 2000 \text{ N}$$

c. na wał działa tylko jedna siła F wypadkowa siły F_o oraz F_r więc dla ułatwienia obracamy układ współrzędnych. Musimy tak go obrócić aby oś X była równoległa do siły wypadkowej F . Nie będzie wówczas potrzeby wyznaczania reakcji i momentów w dwóch płaszczyznach.



1. Obliczenie reakcji w podporach A i B z warunku równowagi sił i momentów.

a. utworzenie równań równowagi

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{i=n} F_{ix} = F - R_{Ax} - R_{Bx} = 0 \\ \sum_{i=1}^{i=n} M_{ixA} = F \cdot (l_1 - l_2) - R_{Bx} \cdot (l - l_2) = 0 \end{cases}$$

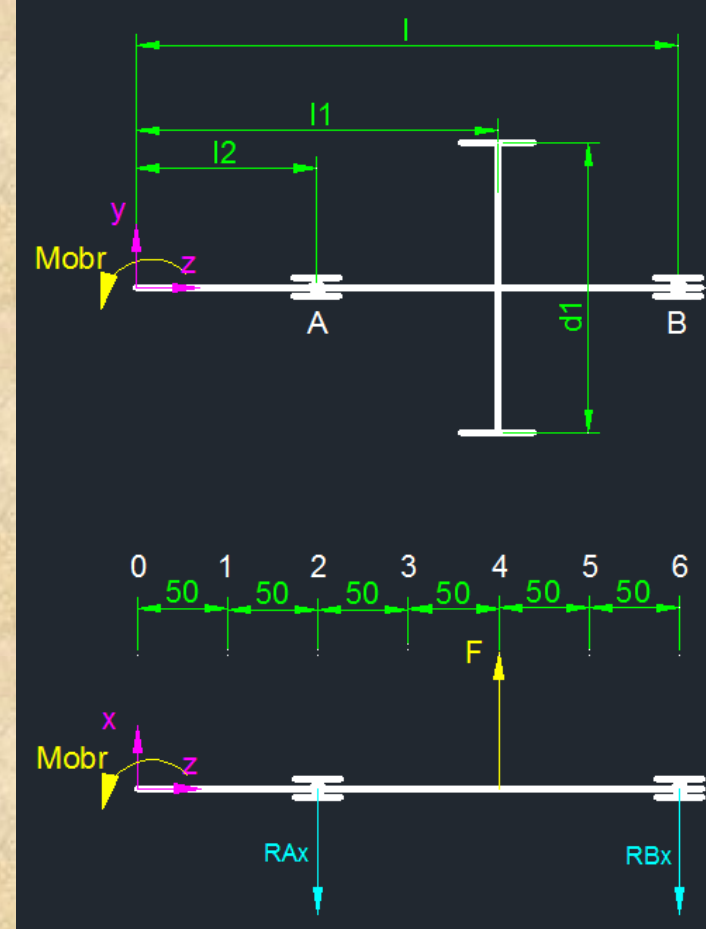
b. obliczenie reakcji w podporze B z równania równowagi momentów

$$R_{Bx} = \frac{F \cdot (l_1 - l_2)}{(l - l_2)} = \frac{2000N \cdot (200 - 100)mm}{(300 - 100)mm} = 1000N$$

c. obliczenie reakcji w podporze A z równania równowagi sił

$$R_{Ax} = F - R_{Bx} = 2000N - 1000N = 1000N$$

Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak



2. Obliczenie momentów gnących w płaszczyznach obliczeniowych

a. utworzenie równania belki

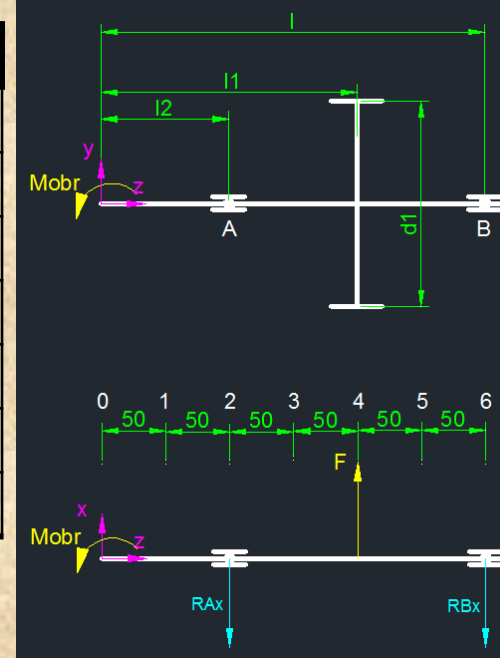
$$M_{gx} = -R_{Ax} \cdot (z - l_2) + F \cdot (z - l_1)$$

$$l_2 < z \leq l_1 \rightarrow \uparrow$$

$$l_1 < z \leq l \rightarrow \uparrow$$

b. utworzenie tabeli i wyliczenie momentów gnących w wybranych płaszczyznach 0-6

M_{obr}	187,9 Nm
l	300 mm
l_1	200 mm
l_2	100 mm
d_1	200 mm
F	2000 N
R_{Ax}	1000 N
R_{Bx}	1000 N



	0	1	2	3	4	4'	5	6
z [mm]	0	50	100	150	200	200	250	300
M_g [Nm]	0	0	0	50	100	100	50	0

c. utworzenie wykresu momentów gnących



Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

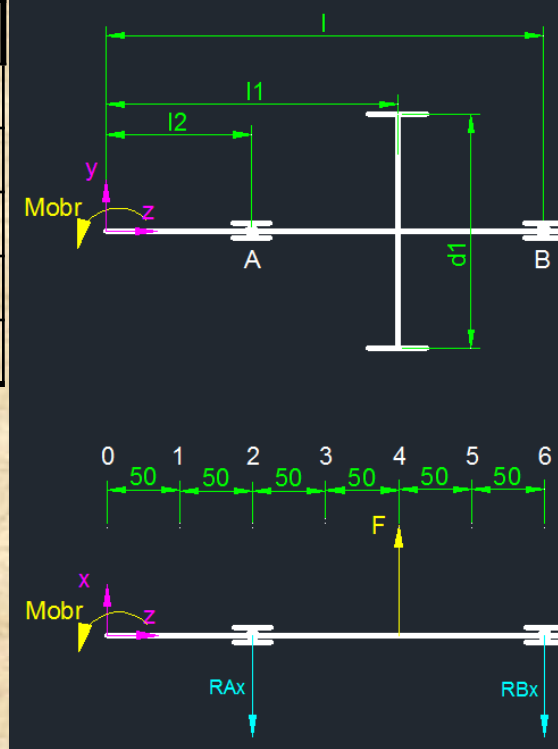
3. Obliczenie momentów skręcających w płaszczyznach obliczeniowych

a. obliczenie momentu skręcającego

$$M_s = F \cdot \frac{d_1}{2} = 2000 N \cdot \frac{0,2m}{2} = 200 Nm$$

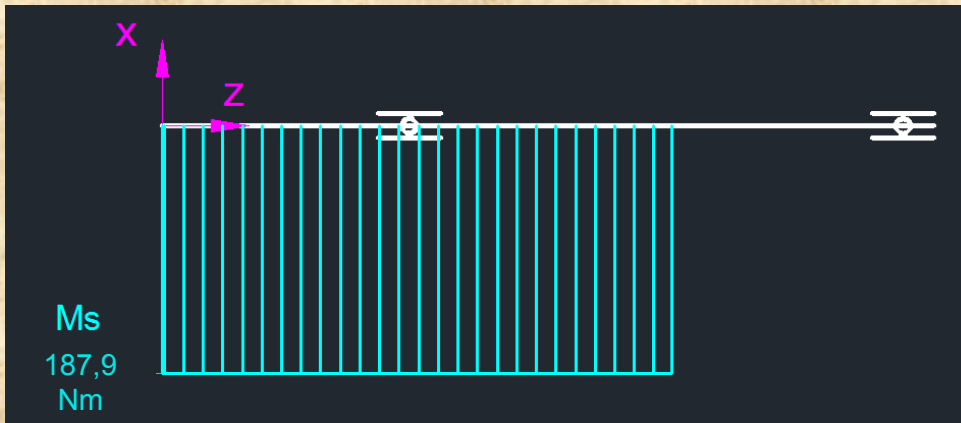
b. utworzenie tabeli i wyliczenie momentów skręcających w wybranych płaszczyznach 0-6

M_{obr}	187,9 Nm
l	300 mm
l_1	200 mm
l_2	100 mm
d_1	200 mm
F	2000 N



	0	1	2	3	4	4'	5	6
z [mm]	0	50	100	150	200	200	250	300
M_s [Nm]	187,9	187,9	187,9	187,9	187,9	0	0	0

c. utworzenie wykresu momentów skręcających



Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

Hipoteza wytrzymałościowa materiału Hubera w obliczeniach wałów

W przypadku dominujących naprężeń normalnych naprężenia zredukowane σ_{red} :

$$\sigma_{red} = \sqrt{(\sigma_g + \sigma_{r(c)})^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leq k_g$$

W praktyce naprężenia normalne od rozciągania σ_r i ściskania σ_c są małe w stosunku do naprężeń od zginania σ_g , dlatego w obliczeniach możemy je pominąć.

W przypadku dominujących naprężeń stycznych τ_s naprężenia zredukowane τ_{red} :

$$\tau_{red} = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} \sigma_g\right)^2 + \tau_s^2} \leq k_s$$

Współczynnik redukcyjny naprężeń stycznych na normalne α :

$$\alpha = \frac{k_g}{k_s} = \frac{R_{eg}}{R_{es}}$$

Zmienność obciążenia	Współczynnik α
Obciążenie statyczne, zginanie i skręcanie obustronne oraz zginanie i skręcanie jednostronne	$\frac{k_g}{k_s} = \frac{k_{go}}{k_{so}} = \frac{k_{gj}}{k_{sj}} \approx \sqrt{3}$
Zginanie obustronne, skręcanie jednostronne	$\frac{k_{go}}{k_{sj}} \approx \frac{\sqrt{3}}{2}$
Zginanie jednostronne i skręcanie obustronne	$\frac{k_{gj}}{k_{so}} \approx 2\sqrt{3}$

Opracował mgr inż.
Dawid Maćkowiak

Hipoteza wytrzymałościowa materiału Hubera w obliczeniach wałów

Przekształcenie wzoru:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_g^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leq k_g$$

$$\tau_{red} = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} \sigma_g\right)^2 + \tau_s^2} \leq k_s$$

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x}$$

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o}$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Zatem: $W_o = 2W_x$

$$\sigma_{red} = \frac{1}{W_x} \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2} \leq k_g$$

$$\tau_{red} = \frac{1}{W_o} \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2} \leq k_s$$

Moment zastępczy gnący $M_g \geq 2M_s$

Moment zastępczy skręcający $M_g < 2M_s$

$$M_{zg} = \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$M_{zs} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

4. Obliczenie momentów zastępczych

k_{go}	250 MPa
k_{sj}	300 MPa

a. obliczenie współczynnika redukcyjnego α

$$\alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} = \frac{250 \text{ MPa}}{300 \text{ MPa}} = 0,833$$

b. określenie stosunku M_g do $2 M_s$

Moment zastępczy gnący $M_g \geq 2M_s$

Moment zastępczy skręcający $M_g < 2M_s$

b. obliczenie momentów zastępczych

$$M_{zg} = \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$M_{zs} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

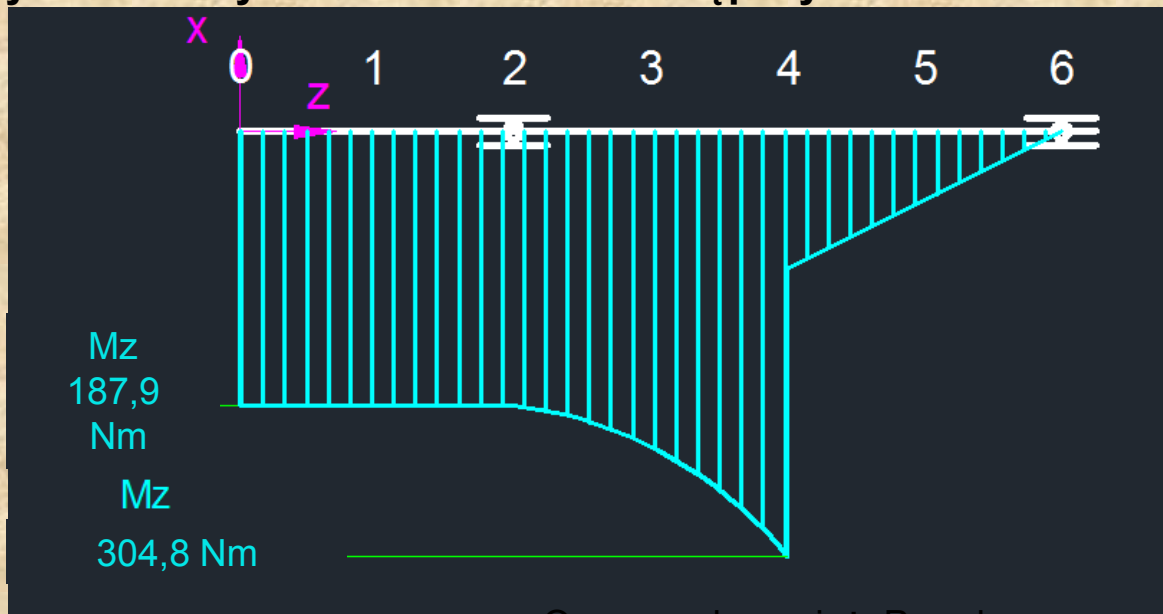
	0	1	2	3	4	4'	5	6
z [mm]	0	50	100	150	200	200	250	300
M _g [Nm]	0	0	0	50	100	100	50	0
M _s [Nm]	187,9	187,9	187,9	187,9	187,9	0	0	0
	M _g <2 M _s	M _g <2 M _s	M _g <2 M _s	M _g <2 M _s	M _g <2 M _s	M _g >2 M _s	M _g >2 M _s	0
	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zg}	M _{zg}	0
M _z [Nm]	187,9	187,9	187,9	233,3	304,8	100	50	0

Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

4. Obliczenie momentów zastępczych

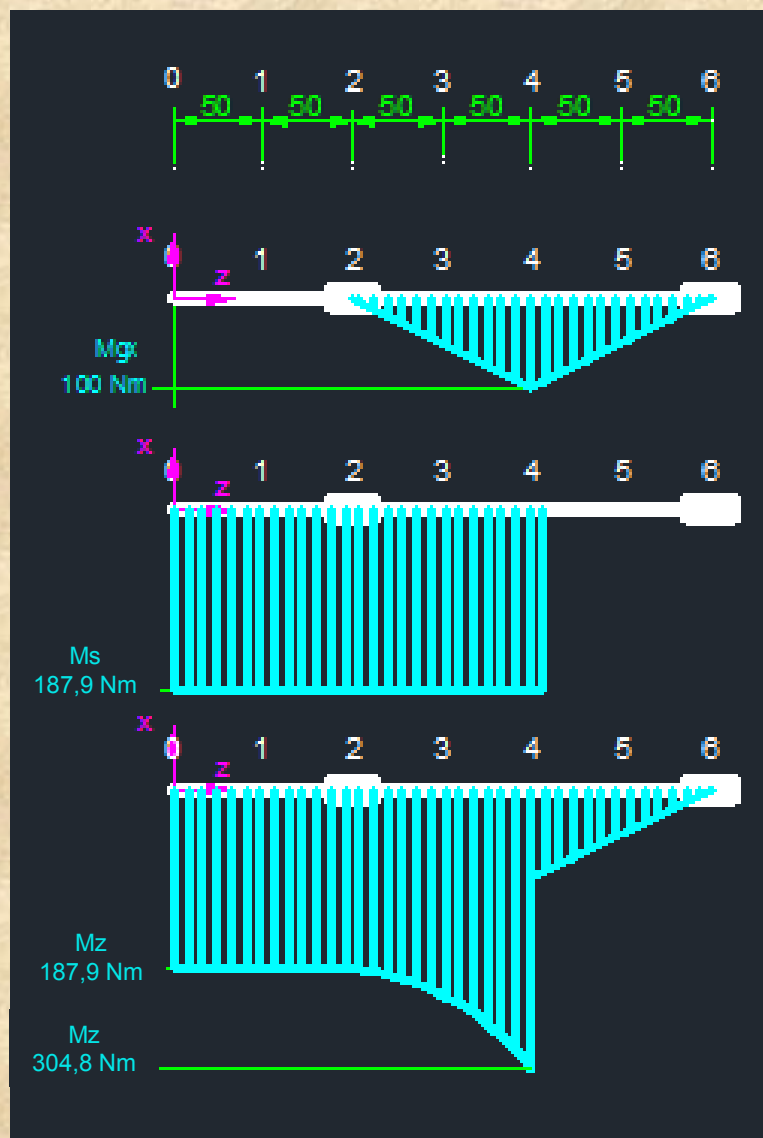
	0	1	2	3	4	4'	5	6
z [mm]	0	50	100	150	200	200	250	300
M _g [Nm]	0	0	0	50	100	100	50	0
M _s [Nm]	187,9	187,9	187,9	187,9	187,9	0	0	0
	M _g < 2 M _s	M _g < 2 M	M _g < 2 M _s	M _g < 2 M _s	M _g < 2 M _s	M _g > 2 M _s	M _g > 2 M _s	0
	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zg}	M _{zg}	0
M _z [Nm]	187,9	187,9	187,9	222,9	304,8	100	50	0

b. wykonanie wykresu momentów zastępczych



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

5. Zestawienie wykresów momentów



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Obliczenie średnicy wału

Dla dominującego zginania:

$$k_g \geq \frac{l}{W_x} \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$k_g \geq \frac{l}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$M_{zg} = \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$d^3 \geq \frac{32}{\pi \cdot k_g} M_{zg}$$

$$\frac{32}{\pi} = 10,186 \approx 10$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 M_{zg}}{k_g}}$$

Obliczenie średnicy wału

Dla dominującego skręcania:

$$k_s \geq \frac{1}{W_o} \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$k_s \geq \frac{1}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

$$M_{zs} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

$$d^3 \geq \frac{16}{\pi \cdot k_s} M_{zs}$$

$$\frac{16}{\pi} = 5,093 \approx 5$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{5 M_{zs}}{k_s}}$$

6. Obliczenie średnic teoretycznych w płaszczyznach obliczeniowych

Moment zastępczy gnący $M_g \geq 2M_s$

Moment zastępczy skręcający $M_g < 2M_s$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10M_{zg}}{k_{go}}}$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{5M_{zs}}{k_{sj}}}$$

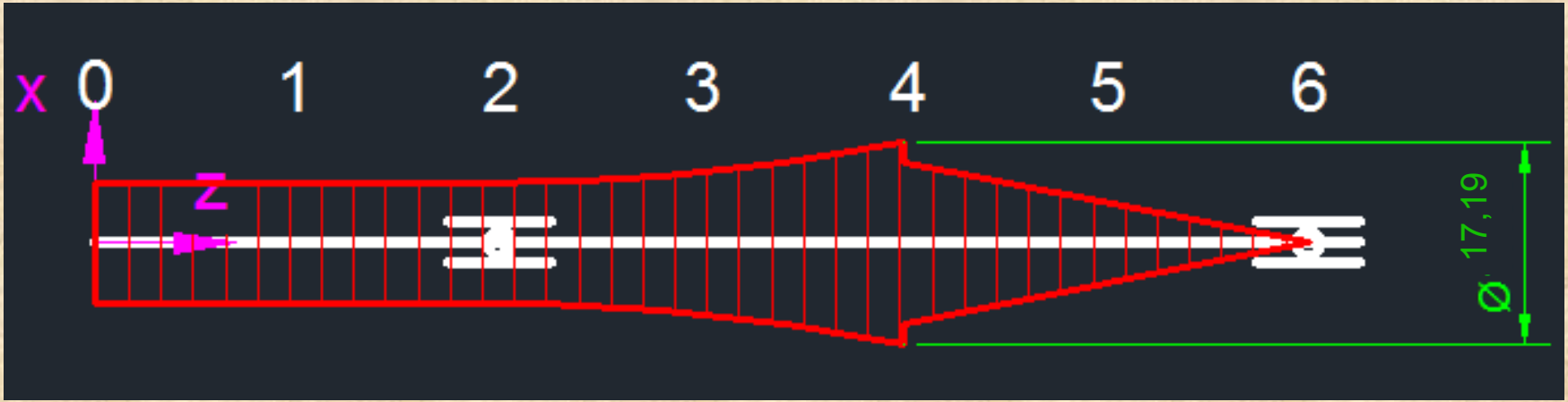
k_{go}	250 MPa
k_{sj}	300 MPa

	0	1	2	3	4	4'	5	6
z [mm]	0	50	100	150	200	200	250	300
M _g [Nm]	0	0	0	50	100	100	50	0
M _s [Nm]	187,9	187,9	187,9	187,9	187,9	0	0	0
	M _g < 2 M _s	M _g > 2 M _s	M _g < 2 M _s	M _g < 2 M _s	M _g < 2 M _s	M _g > 2 M _s	M _g > 2 M _s	0
	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zs}	M _{zg}	M _{zg}	0
M _z [Nm]	187,9	187,9	184,9	222,9	304,8	100	50	0
d [mm]	14,63	14,63	14,63	15,49	17,19	15,87	12,60	0

Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

7. Sporządzenie wykresu zarysu teoretycznego wału

	0	1	2	3	4	4'	5	6
z [mm]	0	50	100	150	200	200	250	300
d [mm]	14,63	14,63	14,63	15,63	17,19	15,87	12,60	0



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

8. Stopniowanie wału – zasady ogólne

- W celu osadzenia na wale elementów przez niego podtrzymywanych: piast kół zębatach, sprzęgieł, łożysk etc., konieczne jest uformowanie powierzchni wału współpracujących z tymi elementami. Powierzchnie te nazywa się czopami.
- Kształt i wielkość czopa są zdeterminowane kształtami i wielkościami elementów osadzanych. Zalecane jest stosowanie znormalizowanych wymiarów czopów walcowych lub stożkowych.
- W szczególności dotyczy to czopów łożyskowych. Czopy łożyskowe muszą być dopasowywane do średnic wewnętrznych pierścieni łożysk tocznych. Dla średnic powyżej 35 mm, są to średnice o wymiarach będących wielokrotnością 5 mm. Dla średnic powyżej 110 mm, są to średnice będące wielokrotnością 10 mm.
- Średnice czopów, na których osadzane będą koła zębata lub inne elementy należy zwiększyć o 5-10% ze względu na wykonanie rowków wpustowych lub wielowypustów.
- Różnice średnic między sąsiadującymi czopami nie powinny być większe niż 20% ze względu na możliwość spiętrzenia naprężeń.
- Powierzchnie, na których nie są osadzone żadne elementy, mogą być wykonywane w tolerancji warsztatowej.
- Należy pamiętać o zapewnieniu odpowiedniej tolerancji wymiarów, odchyłek kształtu i chropowatości.

Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Promienie zaokrągleń przejściowych w mm wg PN-82/M-02045

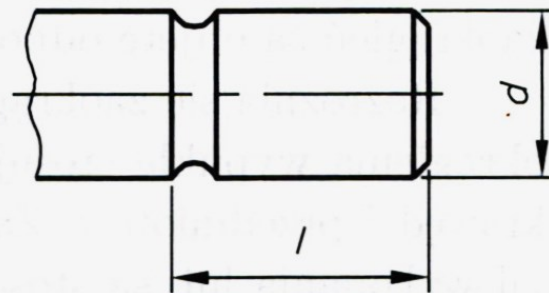
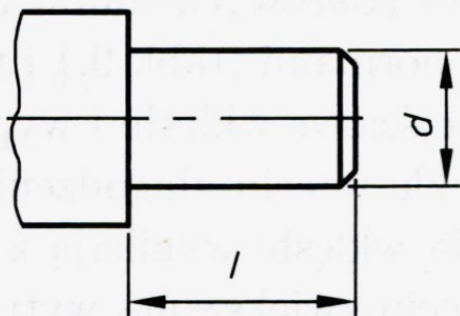
Ciągi							
1	2	1	2	1	2	1	2
0,10	0,10	1,0	1,0	10	10	100	100
	0,12		1,2		12		125
0,16	0,16	1,6	1,6	16	16	160	160
	0,20		2,0		20		200
0,25	0,25	2,5	2,5	25	25	250	250
	0,30		3,0		32		
0,40	0,40	4,0	4,0	40	40		
	0,50		5,0		50		
0,60	0,60	6,0	6,0	63	63		
	0,80		8,0		80		

Ciąg 1 jest uprzywilejowany.

Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Główne wymiary czopów końcowych wałów wg PN-M-85000:1998

Średnica d [mm]		Długość l [mm]		Średnica d [mm]			Długość l [mm]								
Wymiary		tolerancja		czop długi		czop krótki		Wymiary		tolerancja		czop długi		czop krótki	
6	7	j6	16	—	32	35	36	k6	80	58					
8	9		20	—	40	45	50		110	82					
10	11		23	20	55			m6	110	82					
12	14		30	25	60	63	70		140	105					
16	18		40	28	71				140	105					
20	22		50	36	80	90			170	130					
25	28		60	42	110	110	125		210	165					
30			80	58	140				250	200					



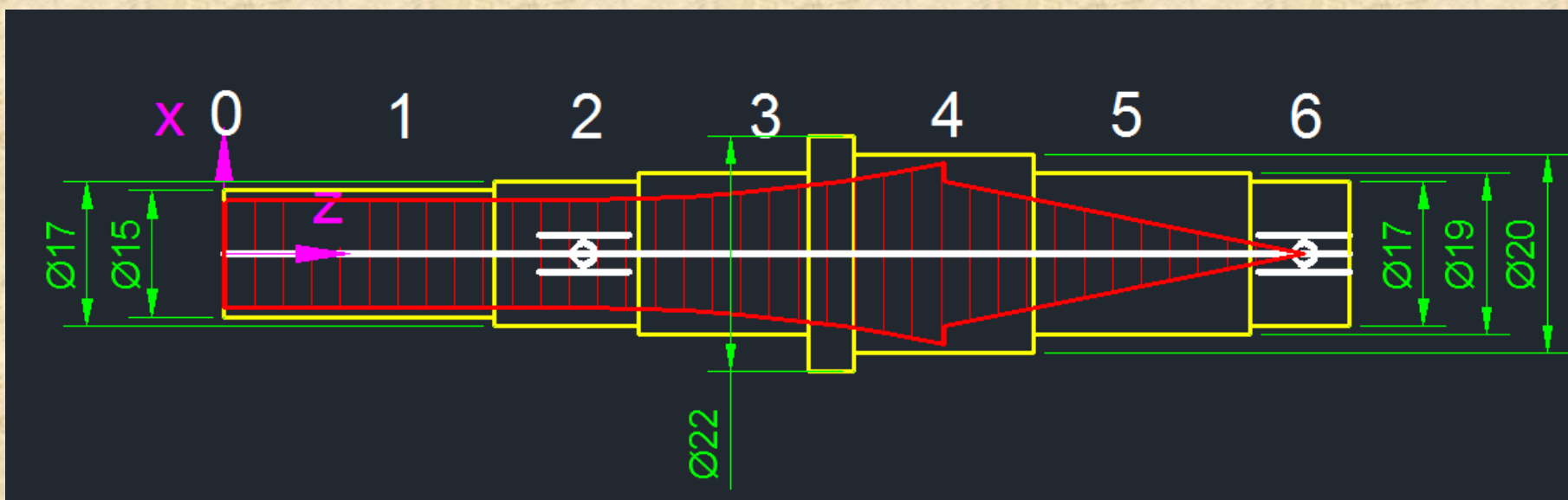
Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Przykładowe wymiary łożysk kulkowych zwykłych

Łożyska	Średnica otworu	Szerokość łożyska
6200	10	9
6201	12	10
6202	15	11
6203	17	12
6204	20	14
62/22	22	14
6205	25	15
62/28	28	16
6206	30	16
62/32	32	17
6207	35	17
6208	40	18
6209	45	19

Łożyska	Średnica otworu	Szerokość łożyska
6210	50	20
6211	55	21
6212	60	22
6213	65	23

8. Stopniowanie wału



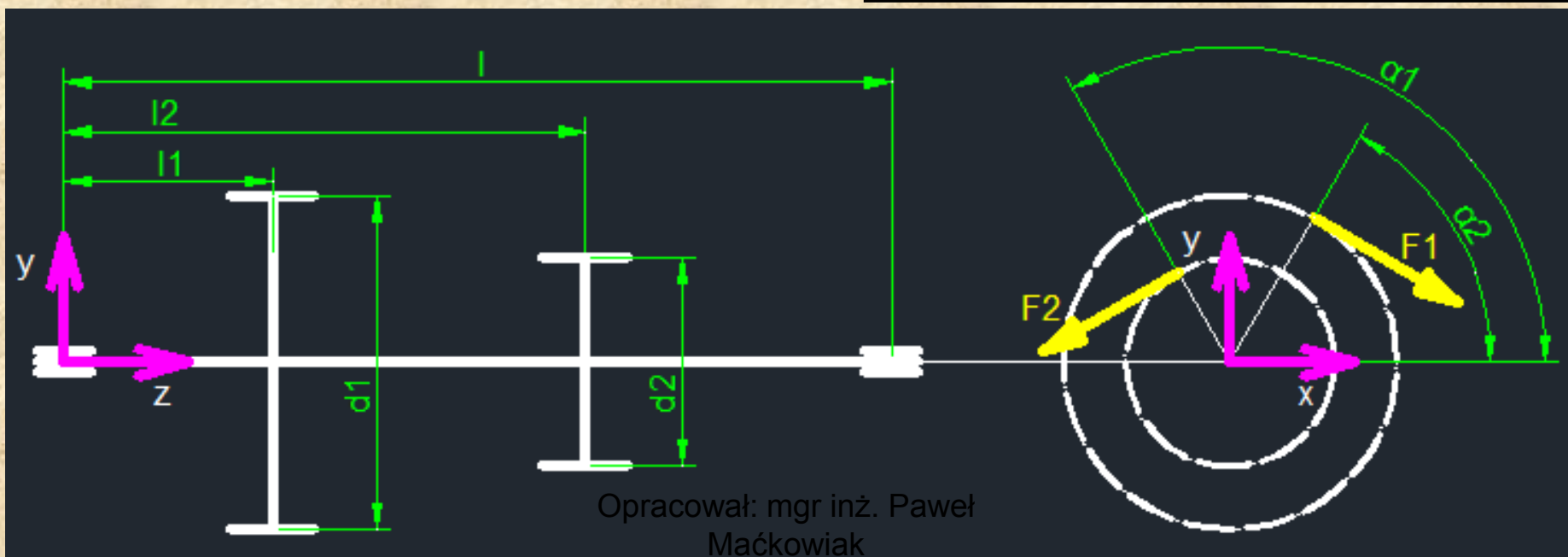
Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Obliczanie wałów maszynowych

Zadanie 2

Skonstruować wał pośredni przekładni zębatej (rys.1). Na wale zamontowane są koła zębate d_1 i d_2 (o zębach prostych). Moc napędowa na kole d_1 wynosi P . Wymiary i niezbędne dane zestawiono w tabeli.

Moc	$P=$	117,28	kW
Prędkość obrotowa	$n=$	1400	obr/min
Średnica koła d_1	$d_1=$	160	mm
Średnica koła d_2	$d_2=$	100	mm
Długość wału	$l=$	400	mm
Odległość l_1	$l_1=$	100	mm
Odległość l_2	$l_2=$	250	mm
Kąt α_1	$\alpha_1=$	60	°
Kąt α_2	$\alpha_2=$	120	°
	$Z_{go}=$	250	MPa
	$Z_{sj}=$	300	MPa
Materiał - stal C45 ulepszona cieplnie			



Obliczanie wałów maszynowych

1. Obliczenie wartości momentu obrotowego w zależności od mocy i prędkości obrotowej.

$$P = \frac{W}{t} = \frac{F \cdot s}{t} = F \cdot v$$

$$v = \omega \cdot r$$

$$P = F \cdot \omega \cdot r$$

$$F \cdot r = M_{obr}$$

$$P = M_{obr} \cdot \omega$$

$$\omega = \frac{n \cdot 2\pi}{60}$$

$$P = M_{obr} \cdot \frac{n \cdot 2\pi}{60} = \frac{M_{obr} \cdot n}{9,549296}$$

$$M_{obr} = 9,55 \frac{P}{n}$$

Ze względu na powszechne podawanie mocy w kW. Należy wartość przedstawić w W, lub uwzględnić zmianę jednostki we wzorze.

P

- moc [W],

W

- praca [J, Nm],

s

- droga [m],

t

- czas [s],

F

- siła [N],

v

- prędkość [m/s],

ω

- prędkość kątowna [rad/s],

r

- odległość punktu od osi obrotu [m],

M_{obr}

- moment obrotowy [Nm],

n

- prędkość obrotowa [obr/min],

P_{kW}

- moc [kW].

$$M_{obr} = 9550 \frac{P_{kW}}{n}$$

Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

1. Obliczenie wartości momentu obrotowego w zależności od mocy i prędkości obrotowej.

$$M_{obr} = 9550 \frac{P_{kW}}{n} \quad M_{obr} = 9550 \frac{117,28 \text{ kW}}{1400 \text{ obr/min}} = 800 \text{ Nm}$$

2. Obliczenie wartości sił F_1 oraz F_2

$$F_1 = \frac{M_{obr}}{\frac{d_1}{2}} \quad F_1 = \frac{800 \text{ Nm}}{0,16 \text{ m}} = 10000 \text{ N}$$

$$F_2 = \frac{M_{obr}}{\frac{d_2}{2}} \quad F_2 = \frac{800 \text{ Nm}}{0,1 \text{ m}} = 16000 \text{ N}$$

P=	117,28	kW
n=	1400	obr/min
d1=	160	mm
d2=	100	mm
l=	400	mm
l1=	100	mm
l2=	250	mm
$\alpha 1=$	60	°
$\alpha 2=$	120	°
Zgo=	250	MPa
Zsj=	300	MPa

2'. Uwaga! W celach uproszczenia w tej prezentacji pominięto w dalszych obliczeniach wartość sił F_{r1} oraz F_{r2} - obciążających wał promieniowo. W obliczeniach na kolokwium i projekcie należy policzyć dodatkowo siły F_r i doliczyć je do obciążenia wału analogicznie jak siły F_1 i F_2 :

$$F_{r1} = F_1 \cdot \text{tg}(\alpha_w) = 10000 \text{ N} \cdot \text{tg}20^\circ = 3640 \text{ N}$$

$$F_{r2} = F_2 \cdot \text{tg}(\alpha_w) = 16000 \text{ N} \cdot \text{tg}20^\circ = 5824 \text{ N}$$

1. Obliczenie wartości momentu obrotowego w zależności od mocy i prędkości obrotowej.

3a. Obliczenie wartości składowych x i y sił F_1 .

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \beta_1$$

$$F_{1x} = 10000 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 8660,3 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \beta_1$$

$$F_{1y} = 10000 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 5000 \text{ N}$$

3b. Obliczenie wartości składowych x i y sił F_2 .

$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \beta_2$$

$$F_{2x} = 16000 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 13856,4 \text{ N}$$

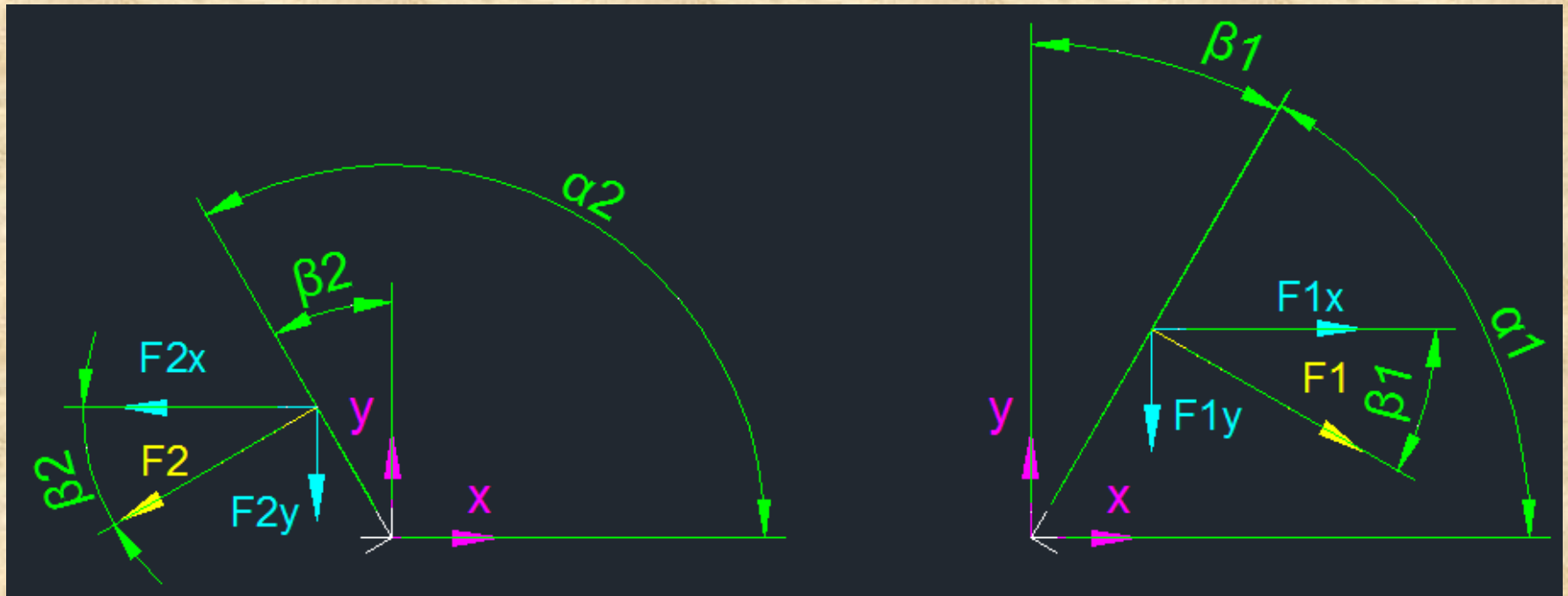
$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \beta_2$$

$$F_{2y} = 16000 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 8000 \text{ N}$$

P=	117,28	kW
n=	1400	obr/min
d1=	160	mm
d2=	100	mm
l=	400	mm
l1=	100	mm
l2=	250	mm
$\alpha 1$ =	60	°
$\alpha 2$ =	120	°
Zgo=	250	MPa
Zsj=	300	MPa

3. Obliczenie wartości składowych z i y sił F_1 .

a. sporządzenie wykresów rozkładu sił na składowe



b. obliczenie wartości składowych

$$F_{1x} = F_1 \cdot \cos \beta_1$$

$$F_{1x} = 10000 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 8660,3 \text{ N}$$

$$F_{1y} = F_1 \cdot \sin \beta_1$$

$$F_{1y} = 10000 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 5000 \text{ N}$$

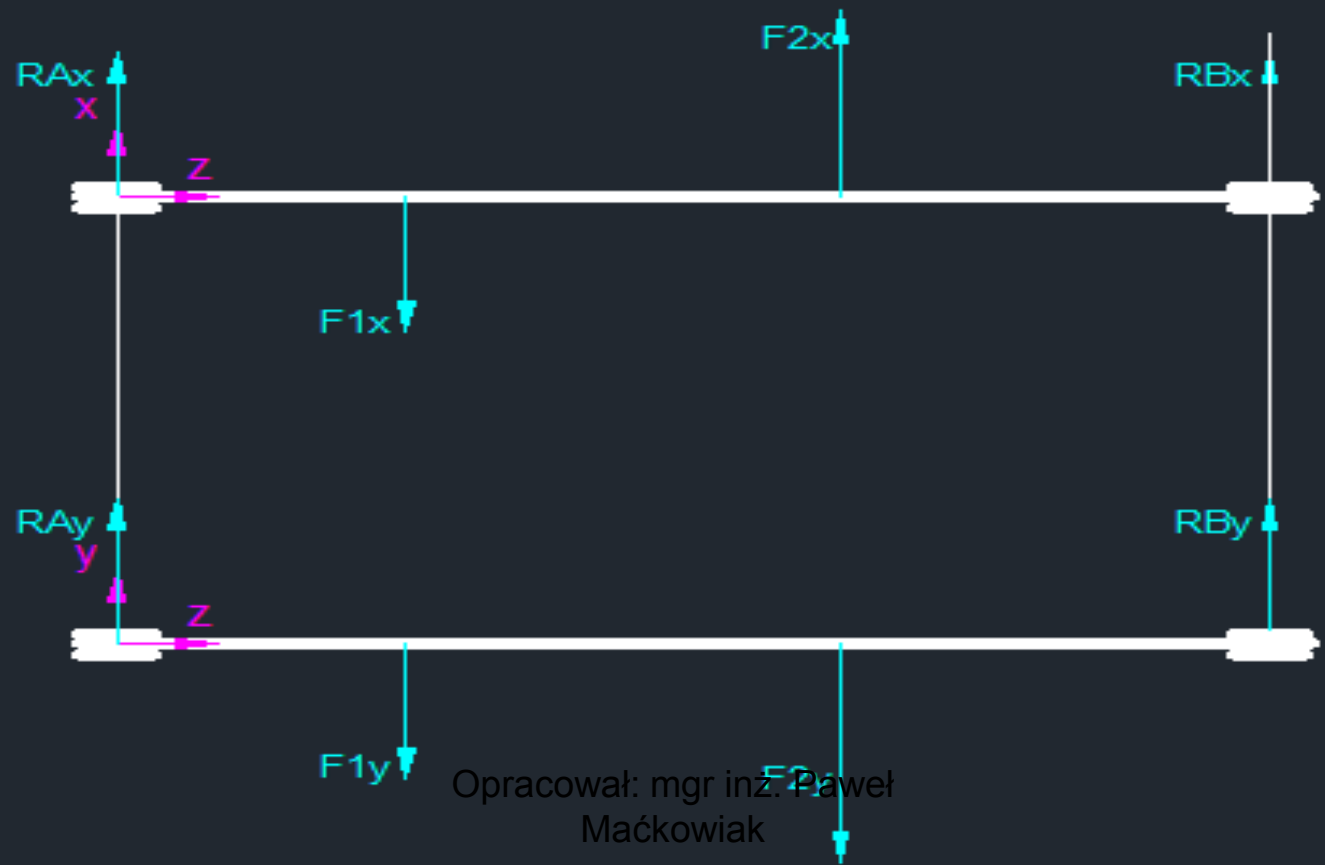
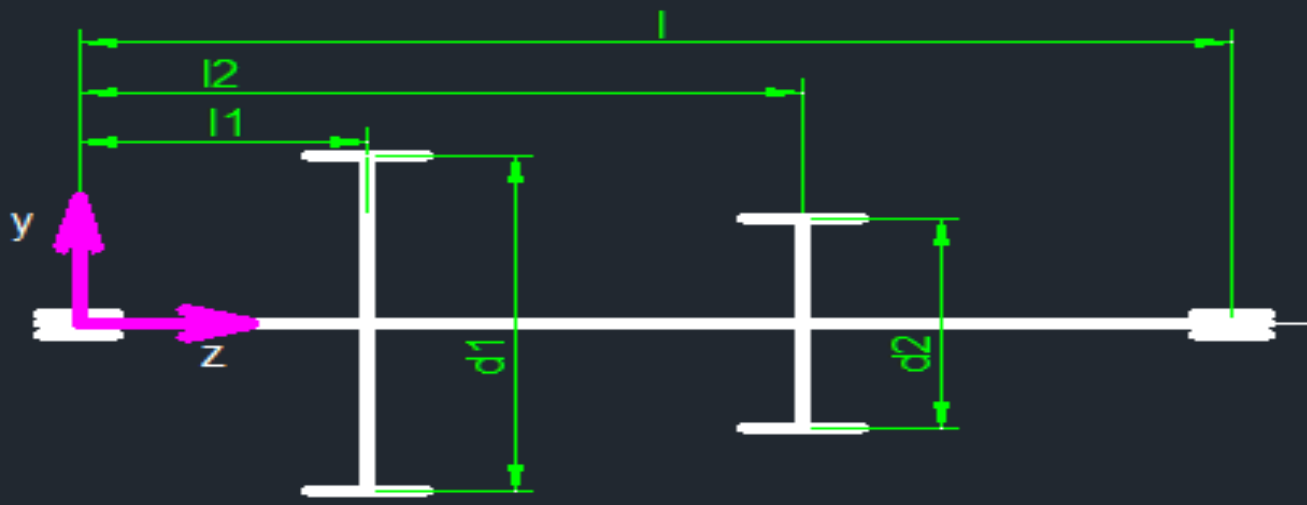
$$F_{2x} = F_2 \cdot \cos \beta_2$$

$$F_{2x} = 16000 \text{ N} \cdot \cos 30^\circ = 13856,4 \text{ N}$$

$$F_{2y} = F_2 \cdot \sin \beta_2$$

$$F_{2y} = 16000 \text{ N} \cdot \sin 30^\circ = 8000 \text{ N}$$

F1	10kN
F2	16kN



Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

4. Obliczenie wartości reakcji z warunków równowagi sił i momentów.



a) utworzenie układu równań,

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{i=n} F_{ix} = -F_{1x} + F_{2x} + R_{Ax} + R_{Bx} = 0 \\ \sum_{i=1}^{i=n} F_{iy} = -F_{1y} - F_{2y} + R_{Ay} + R_{By} = 0 \\ \sum_{i=1}^{i=n} M_{ixA} = F_{1x} \cdot l_1 - F_{2x} \cdot l_2 - R_{Bx} \cdot l = 0 \\ \sum_{i=1}^{i=n} M_{iyA} = F_{1y} \cdot l_1 + F_{2y} \cdot l_2 - R_{By} \cdot l = 0 \end{cases}$$

P=	117,28	kW
n=	1400	obr/min
d1=	160	mm
d2=	100	mm
l=	400	mm
l1=	100	mm
l2=	250	mm
$\alpha 1=$	60	°
$\alpha 2=$	120	°
Zgo=	250	MPa
Zsj=	300	MPa

b) obliczenie wartości sił w podporze B

$$R_{Bx} = \frac{F_{1x} \cdot l_1 - F_{2x} \cdot l_2}{l} = \frac{8660 \text{ N} \cdot 100 \text{ mm} - 13856 \text{ N} \cdot 250 \text{ mm}}{400 \text{ mm}} = -6495 \text{ N}$$

F_{1x}	8660,3 N
F_{1y}	5000,0 N
F_{2x}	13856,3 N
F_{2y}	8000,0 N

$$R_{By} = \frac{F_{1y} \cdot l_1 + F_{2y} \cdot l_2}{l} = \frac{5000 \text{ N} \cdot 100 \text{ mm} + 8000 \text{ N} \cdot 250 \text{ mm}}{400 \text{ mm}} = 6250 \text{ N}$$

Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

4. Obliczenie wartości reakcji z warunków równowagi sił i momentów.



c) obliczenie wartości sił w podporze A

$$R_{Ax} = F_{1x} - F_{2x} - R_{Bx} = 8660 \text{ N} - 13856 \text{ N} - (-6495 \text{ N}) = 1299 \text{ N}$$

$$R_{Ay} = F_{1y} + F_{2y} - R_{By} = 5000 \text{ N} + 8000 \text{ N} - 6250 \text{ N} = 6750 \text{ N}$$

5. obliczenie wartości momentów gnących w płaszczyznach xz i yz

a) wyznaczenie wzoru dla płaszczyzny xz

$$M_{gx} = R_{Ax} \cdot z \Big|_{0 \leq z \leq l_1} - F_{1x} \cdot (z - l_1) \Big|_{l_1 < z \leq l_2} + F_{2x} \cdot (z - l_2) \Big|_{l_2 < z \leq l}$$

F_{1x}	8660 N
F_{1y}	5000 N
F_{2x}	13856 N
F_{2y}	8000 N
R_{Bx}	-6495 N
R_{By}	6250 N

b) wyznaczenie wzoru dla płaszczyzny yz

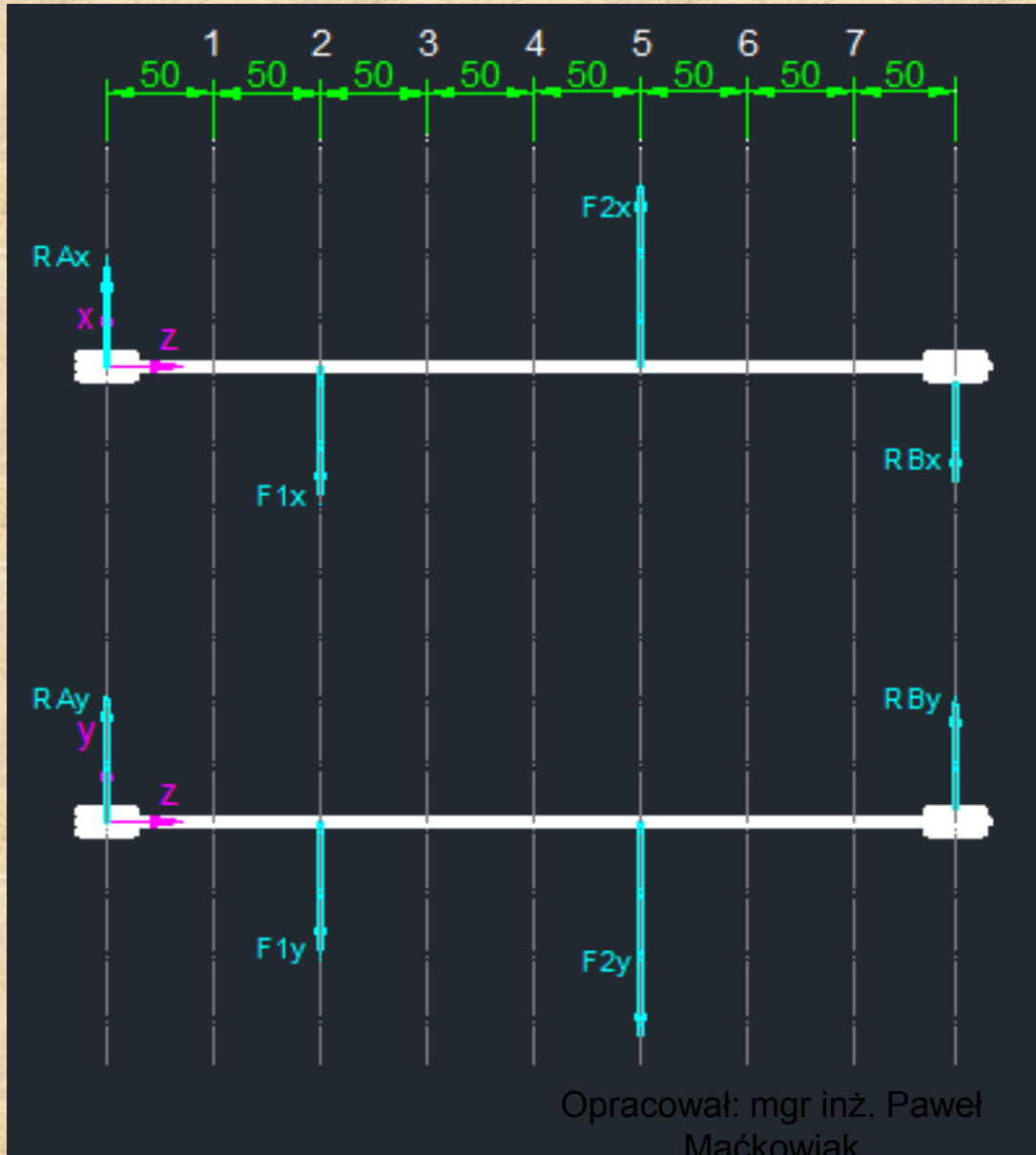
$$M_{gy} = R_{Ay} \cdot z \Big|_{0 \leq z \leq l_1} - F_{1y} \cdot (z - l_1) \Big|_{l_1 < z \leq l_2} - F_{2y} \cdot (z - l_2) \Big|_{l_2 < z \leq l}$$

P=	117,28	kW
n=	1400	obr/min
d1=	160	mm
d2=	100	mm
l=	400	mm
l1=	100	mm
l2=	250	mm
$\alpha 1=$	60	°
$\alpha 2=$	120	°
Zgo=	250	MPa
Zsj=	300	MPa

Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

5. obliczenie wartości momentów gnących w płaszczyznach xz i yz

c) podzielenie wału na odcinki – dla wału zakładamy 8 równych części



F_{1x}	8660 N
F_{1y}	5000 N
F_{2x}	13856 N
F_{2y}	8000 N
R_{Bx}	6495 N
R_{By}	6250 N
R_{Ax}	1299 N
R_{Ay}	6750 N

$P=$	117,28	kW
$n=$	1400	obr/min
$d_1=$	160	mm
$d_2=$	100	mm
$l=$	400	mm
$l_1=$	100	mm
$l_2=$	250	mm
$\alpha_1=$	60	°
$\alpha_2=$	120	°
$Z_{go}=$	250	MPa
$Z_{sj}=$	300	MPa

5. obliczenie wartości momentów gnących w płaszczyznach xz i yz

d) obliczenie wartości momentów gnących w płaszczyznach 1-7 xz

$$M_{gx} = R_{Ax} \cdot z \quad \left| \begin{array}{l} 0 \leq z \leq l_1 \\ l_1 < z \leq l_2 \\ l_2 < z \leq l \end{array} \right. - F_{1x} \cdot (z - l_1) + F_{2x} \cdot (z - l_2)$$

F_{1x}	8660 N
F_{1y}	5000 N
F_{2x}	13856 N
F_{2y}	8000 N
R_{Bx}	6495 N
R_{By}	6250 N
R_{Ax}	1299 N
R_{Ay}	6750 N

e) obliczenie wartości momentów gnących w płaszczyznach 1-7 yz

$$M_{gy} = R_{Ay} \cdot z \quad \left| \begin{array}{l} 0 \leq z \leq l_1 \\ l_1 < z \leq l_2 \\ l_2 < z \leq l \end{array} \right. - F_{1y} \cdot (z - l_1) - F_{2y} \cdot (z - l_2)$$

P=	117,28	kW
n=	1400	obr/min
d1=	160	mm
d2=	100	mm
l=	400	mm
l1=	100	mm
l2=	250	mm
$\alpha 1=$	60	°
$\alpha 2=$	120	°
Zgo=	250	MPa
Zsj=	300	MPa

	1	2	3	4	5	6	7
z [mm]	50	100	150	200	250	300	350
M_{gx} [Nm]	64,9	129,9	-238,2	-606,2	-974,3	-649,6	-324,8
M_{gy} [Nm]	337,5	675	762,5	845	937,5	625	312,5

5. obliczenie wartości momentów gnących w płaszczyznach xz i yz

f) obliczenie wartości wypadkowych momentów gnących w płaszczyznach 1-7

$$M_{gi} = \sqrt{M_{gxi}^2 + M_{gyi}^2}$$

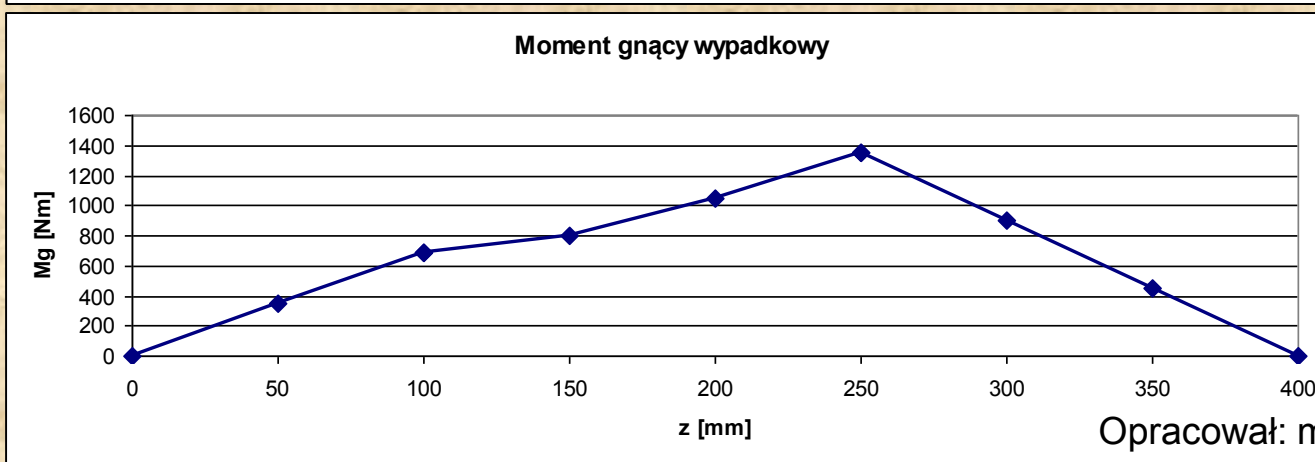
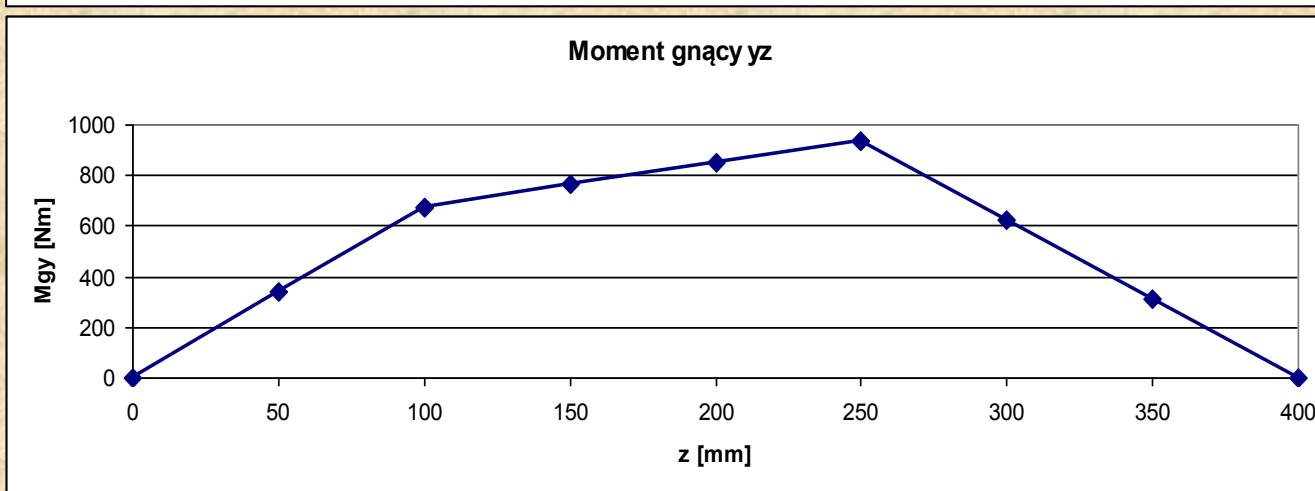
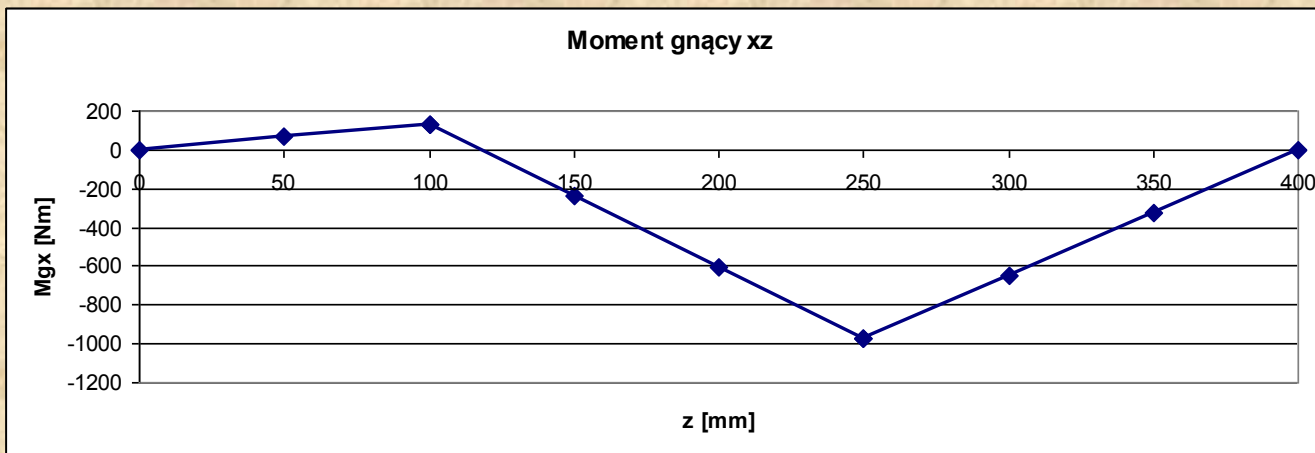
	1	2	3	4	5	6	7
z [mm]	50	100	150	200	250	300	350
M _{gx} [Nm]	64,9	129,9	-238,2	-606,2	-974,3	-649,6	-324,8
M _{gy} [Nm]	337,5	675	762,5	845	937,5	625	312,5
M _g [Nm]	343,7	687,4	798,9	1044	1352	901,4	450,7

6. obliczenie wartości momentów skręcających w płaszczyznach 1-7

$$M_s = F_1 \cdot \frac{d_1}{2} = F_2 \cdot \frac{d_2}{2}$$

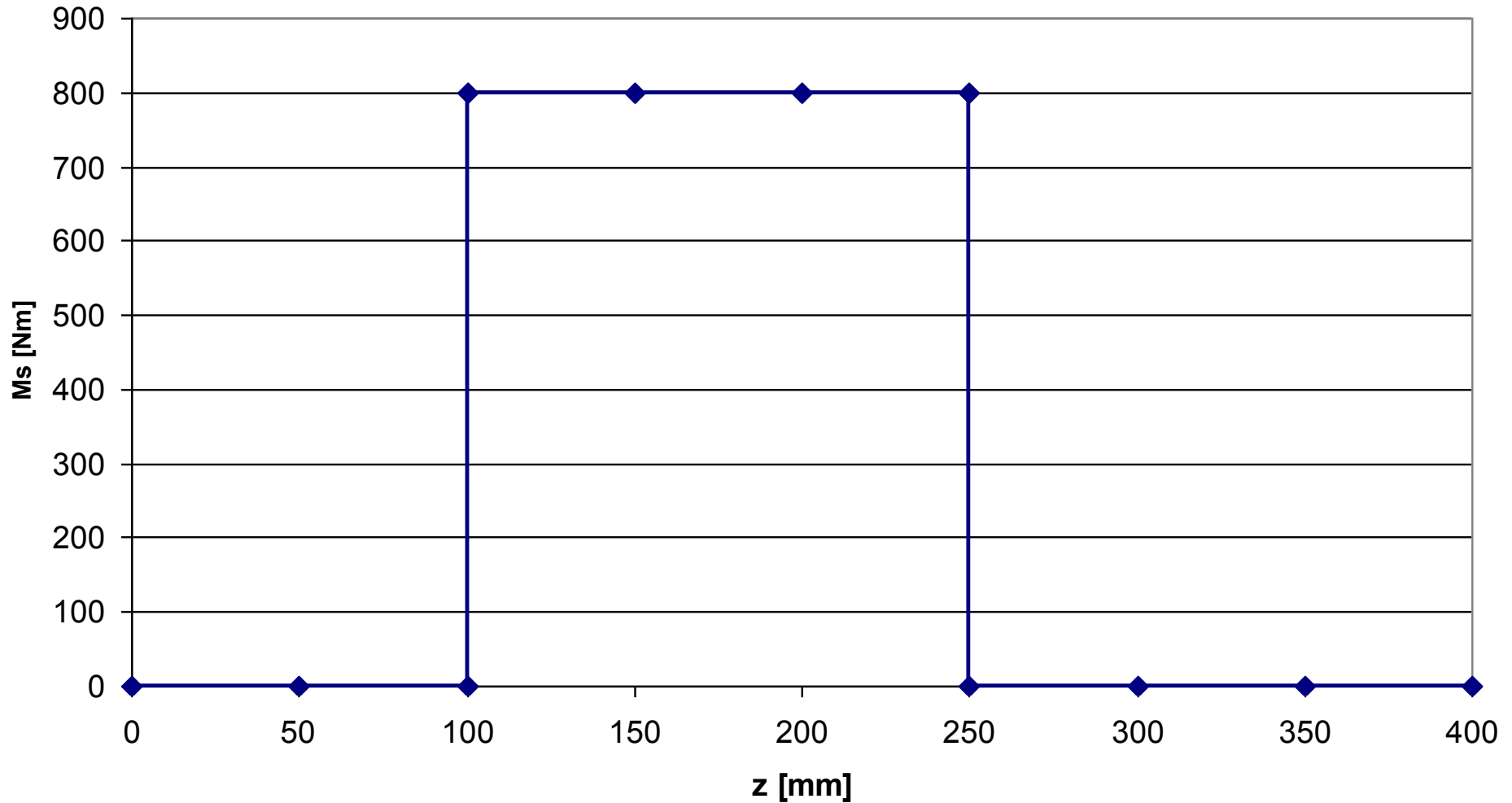
	1	2	3	4	5	6	7
z [mm]	50	100	150	200	250	300	350
M _s [Nm]	0	0/800	800	800	800/0	0	0

Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Moment skręcający



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Hipoteza wytrzymałościowa materiału Hubera w obliczeniach wałów

W przypadku dominujących naprężeń normalnych naprężenia zredukowane σ_{red} :

$$\sigma_{red} = \sqrt{(\sigma_g + \sigma_{r(c)})^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leq k_g$$

W praktyce naprężenia normalne od rozciągania σ_r i ściskania σ_c są małe w stosunku do naprężeń od zginania σ_g , dlatego w obliczeniach możemy je pominąć.

W przypadku dominujących naprężeń stycznych τ_s naprężenia zredukowane τ_{red} :

$$\tau_{red} = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} \sigma_g\right)^2 + \tau_s^2} \leq k_s$$

Współczynnik redukcyjny naprężeń stycznych na normalne α :

$$\alpha = \frac{k_g}{k_s} = \frac{R_{eg}}{R_{es}}$$

Zmienność obciążenia	Współczynnik α
Obciążenie statyczne, zginanie i skręcanie obustronne oraz zginanie i skręcanie jednostronne	$\frac{k_g}{k_s} = \frac{k_{go}}{k_{so}} = \frac{k_{gj}}{k_{sj}} \approx \sqrt{3}$
Zginanie obustronne, skręcanie jednostronne	$\frac{k_{go}}{k_{sj}} \approx \frac{\sqrt{3}}{2}$
Zginanie jednostronne, skręcanie obustronne	$\frac{k_{gj}}{k_{so}} \approx 2\sqrt{3}$

Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

Hipoteza wytrzymałościowa materiału Hubera w obliczeniach wałów

Przekształcenie wzoru:

$$\sigma_{red} = \sqrt{\sigma_g^2 + (\alpha \tau_s)^2} \leq k_g$$

$$\tau_{red} = \sqrt{\left(\frac{1}{\alpha} \sigma_g\right)^2 + \tau_s^2} \leq k_s$$

$$\sigma_g = \frac{M_g}{W_x}$$

$$\tau_s = \frac{M_s}{W_o}$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

Zatem: $W_o = 2W_x$

$$\sigma_{red} = \frac{1}{W_x} \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2} \leq k_g$$

$$\tau_{red} = \frac{1}{W_o} \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2} \leq k_s$$

Moment zastępczy gnący $M_g \geq 2M_s$

Moment zastępczy skręcający $M_g < 2M_s$

$$M_{zg} = \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$M_{zs} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

Opracował: mgr inż. Paweł Maćkowiak

6. obliczenie wartości momentów zastępczych 1-7

a) Porównanie wartości M_g i M_s

Moment zastępczy gnący $M_g \geq 2M_s$

$$M_{zg} = \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

Moment zastępczy skręcający $M_g < 2M_s$

$$M_{zs} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

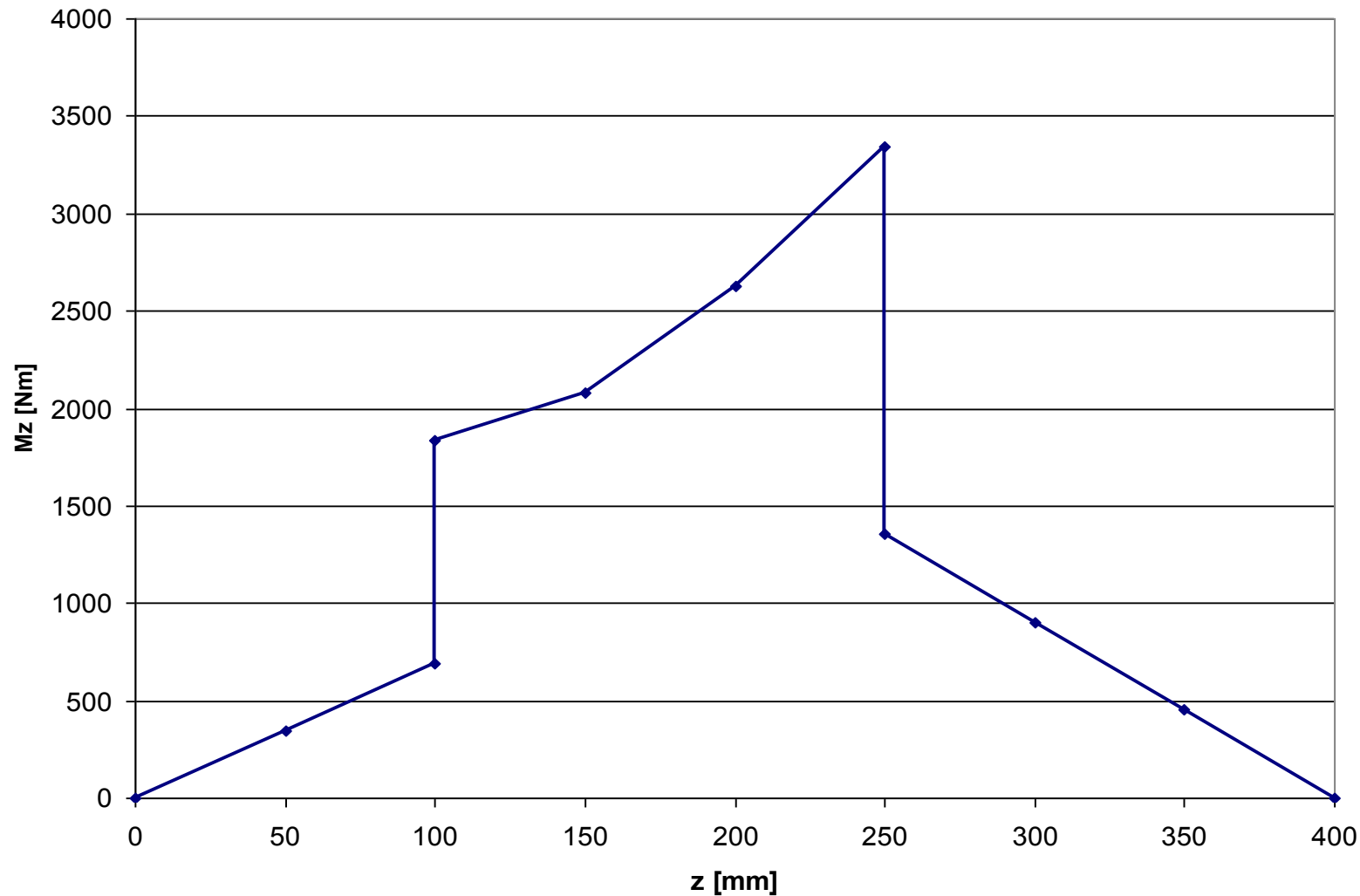
b) Obliczenie wartości współczynnika redukcji α
 przyjmujemy współczynnik bezpieczeństwa $x=4$

$$\alpha = \frac{k_{go}}{k_{sj}} = \frac{\frac{Z_{go}}{x}}{\frac{Z_{sj}}{x}} = \frac{\frac{250}{4}}{\frac{300}{4}} = 0,833$$

c) Policzenie wartości M_{zg}

	1	2	2'	3	4	5	5'	6	7
z [mm]	50	100	100	150	200	250	250	300	350
M_g [Nm]	343,7	687,4	687,4	798,9	1044	1352	1352	901,4	450,7
M_s [Nm]	0	0	800	800	800	800	0	0	0
	$M_g > 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$
M_{zg} [Nm]	343,7	687,4	1833	2077	2630	3342	1352	901,4	450,7

Wykres momentów zastępczych



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Obliczenie średnicy wału

Dla dominującego zginania:

$$k_g \geq \frac{l}{W_x} \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$W_x = \frac{\pi \cdot d^3}{32}$$

$$k_g \geq \frac{l}{\frac{\pi \cdot d^3}{32}} \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$M_{zg} = \sqrt{M_g^2 + \left(\frac{\alpha}{2} M_s\right)^2}$$

$$d^3 \geq \frac{32}{\pi \cdot k_g} M_{zg}$$

$$\frac{32}{\pi} = 10,186 \approx 10$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10 M_{zg}}{k_g}}$$

Obliczenie średnicy wału

Dla dominującego skręcania:

$$k_s \geq \frac{1}{W_o} \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

$$W_o = \frac{\pi \cdot d^3}{16}$$

$$k_s \geq \frac{1}{\frac{\pi \cdot d^3}{16}} \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

$$M_{zs} = \sqrt{\left(\frac{2}{\alpha} M_g\right)^2 + M_s^2}$$

$$d^3 \geq \frac{16}{\pi \cdot k_s} M_{zs}$$

$$\frac{16}{\pi} = 5,093 \approx 5$$

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{5M_{zs}}{k_s}}$$

7. Wyznaczenie teoretycznego zarysu wału

Warunek dla dominującego zginania:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{10M_{zg}}{k_g}}$$

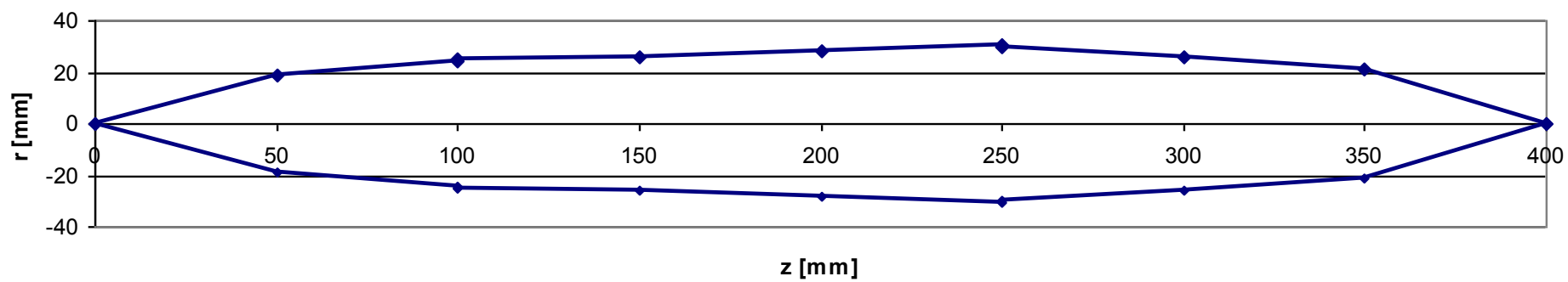
Dla dominującego skręcania:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{5M_{zs}}{k_s}}$$

	1	2	2'	3	4	5	5'	6	7
z [mm]	50	100	100	150	200	250	250	300	350
	$M_g > 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g < 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$	$M_g > 2 M_s$
M_{zg} [Nm]	343,7	687,4	1834	2077	2630	3342	1352	901,4	450,7
d [mm]	38,0	47,9	49,6	51,7	56	60,6	60	52,4	41,6

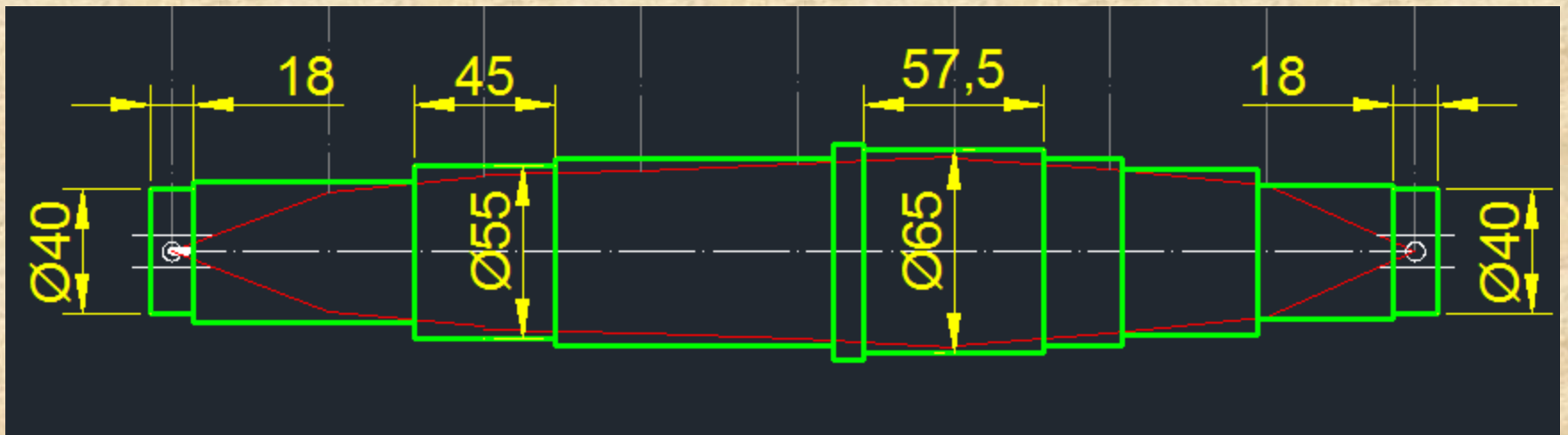
Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Zarys teoretyczny wału



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak

Przykład kształtowania wału



Opracował: mgr inż. Paweł
Maćkowiak